

Sujet de recherche Master MSIAM 2019-2020

Titre : La méthode des résidus conjugués pour l'optimisation sans contraintes

Encadrement :

Jean BIGEON DR2 CNRS, G-SCOP UMR5272, jean.bigeon@grenoble-inp.fr , mobile 06 77 99 49 63

Professeur Dominique ORBAN à Ecole Polytechnique de Montréal dominique.orban@polymtl.ca .

Note : dans cette description de projet, le genre masculin est utilisé sans discrimination, dans le but d'alléger le texte.

Sujet :

Les problèmes d'optimisation sans contraintes surviennent d'eux-mêmes dans les applications, mais sont également important pour la résolution de problèmes avec contraintes. Les méthodes de région de confiance ou Trust region (Conn et al., 2000) figurent parmi les plus efficaces pour résoudre les problèmes de grande taille modernes.

À chaque itération d'une telle méthode, on minimise un modèle quadratique $q(x_k + s)$ de l'objectif dans une boule autour de l'itéré courant x_k —la région de confiance. Il est possible de montrer qu'il existe au moins un et au plus deux minima globaux à ce sous-problème. Obtenir un minimum global est usuellement trop coûteux en pratique. Une implémentation pour les problèmes de grande taille calcule plutôt une solution approchée s^C par la méthode du gradient conjugué tronqué. Un résultat théorique dû à Yuan (2000) affirme que si q est convexe, cette solution approchée produit une décroissance du modèle quadratique au moins moitié aussi bonne qu'un minimum global, i.e., $q(s^C) \leq \frac{1}{2}q(s^*) < 0$.

Récemment, Dahito et Orban (2019) ont établi que la méthode des résidus conjugués est également valide pour obtenir une solution approchée d'un sous-problème de région de confiance. Cette méthode est apparentée à la méthode du gradient conjugué mais possède différentes propriétés intéressantes. Cependant, aucun résultat semblable au résultat de Yuan n'est connu pour la méthode des résidus conjugués.

Objectif :

L'objectif consiste à étudier la démonstration du théorème de Yuan et de développer un résultat semblable, si c'est possible, pour la méthode des résidus conjugués. Ce résultat sera illustré numériquement à l'aide d'une implémentation pratique dans le langage de programmation Julia.

Compétences requises

- Avoir suivi un cours d'introduction à l'optimisation continue
- Avoir une connaissance de base de Julia ou être motivé à apprendre ce langage (julialang.org)
- Avoir des connaissances dans un langage de programmation de haut niveau (Julia ou C++ ou Java ou Python)

Lieu du stage :

Le stage se déroulera pour partie à G-SCOP et pour partie à Montréal. Une poursuite en thèse est possible en fonction des qualités du candidat et de son engagement dans ce stage.

Références

A. R. Conn, N. I. M. Gould et Ph. L. Toint : Trust-Region Methods, volume 1 de MPS/SIAM Series on Optimization. SIAM, Philadelphia, 2000.

M.-A. Dahito et D. Orban : The conjugate residual method in linesearch and trust-region methods. SIAM Journal on Optimization, 29(3):1988–2025, 2019.

Y. Yuan : On the truncated conjugate gradient method. Mathematical Programming, 87(3):561–573, May 2000. ISSN 1436-4646. URL <https://doi.org/10.1007/s101070050012>.